

1. Übungsblatt

Lineare Optimierung

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/opt1-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: bis Donnerstag, 23. Oktober, zu Beginn der Übung

Organisatorische Hinweise:

1. Zur Erlangung eines Testatscheines sind die folgenden Kriterien zu erfüllen: 50% der Übungspunkte müssen erzielt werden, in der Übung muß aktiv mitgearbeitet werden (einschließlich Bearbeitung der Programmieraufgabe), und die i. d. R. geschriebene Klausur am Semesterende muß bestanden werden.
2. Die Programmieraufgabe kann in Zweiergruppen gelöst werden. *Jeder* der Teilnehmer muß jedoch das Programm erklären und vorführen können. Bei der Wahl Ihres Programmierpartners beachten Sie bitte, daß sehr gute Programmierer manchmal sehr komplizierte Programme schreiben, die Sie evtl. nicht überzeugend erklären können. Arbeiten Sie deshalb am besten mit jemandem zusammen, der etwa so gut programmiert wie Sie.
3. Zur Bearbeitung der Programmieraufgabe und der Übungsaufgaben, die mit dem Rechner zu lösen sind, werden Accounts für unser Computerkabinett ausgegeben. Den Schlüssel für das Computerkabinett (mit 5 Arbeitsplätzen) verleiht die Sekretärin am IMO (Gebäude 18, Raum 306) während der Bürozeiten. Der Zugang zu den Rechnern des Computerkabinetts ist jedoch auch von jedem anderen Computer mit Internetzugang (insbesondere von den PCs im Rechenzentrum) aus möglich.
4. Die aktuellen Übungszettel und weitere Informationen sind auf der oben angegebenen Internetseite zu finden.

1. Aufgabe**(10 Punkte)**

Ein Bauer muß fünf Sorten Dünger kaufen. Von den fünf Sorten benötigt er 185, 50, 50, 200 bzw. 185 Tonnen. Der Dünger kann bei vier Händlern beschafft werden, die insgesamt 350, 225, 195, bzw. 275 Tonnen Dünger liefern können. Die Preise pro Tonne der einzelnen Sorten bei den Händlern sind in der folgenden Tabelle angegeben.

Händler	Preis pro Tonne				
	Sorte 1	Sorte 2	Sorte 3	Sorte 4	Sorte 5
1	45.0	13.9	29.9	31.9	9.9
2	42.5	17.8	31.0	35.0	12.3
3	47.5	19.9	24.0	32.5	12.4
4	41.3	12.5	31.2	29.8	11.0

Formulieren Sie das Problem, den Dünger möglichst günstig einzukaufen, als lineares Programm (LP).

2. Aufgabe**(10 Punkte)**

Sei

$$M = \{ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \}$$

ein nichtleerer linearer Restriktionsbereich. Zeigen Sie, daß die Optimierungsaufgabe

$$\min\{ f(x) : x \in M \} \quad (\text{P})$$

sich in den folgenden Fällen auf ein konsistentes lineares Optimierungsproblem transformieren läßt:

(a) $f(x) = |\mathbf{c}^\top \mathbf{x} + \gamma|$ mit $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^n$, $\gamma \in \mathbf{R}$,

(b) $f(x) = \max_{i=1, \dots, p} |(\mathbf{c}^i)^\top \mathbf{x} + \gamma_i|$ mit $\mathbf{c}^1, \dots, \mathbf{c}^p \in \mathbf{R}^n$, $\gamma_1, \dots, \gamma_p \in \mathbf{R}$.

Diskutieren Sie Ihre Transformation für den Fall, daß (P) ersetzt wird durch

$$\max\{ f(x) : x \in M \}.$$

3. Aufgabe**(10 Punkte)**

Lösen Sie die folgenden Optimierungsaufgaben graphisch:

(a)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t.} \quad & -x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 14 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{s. t.} \quad & x_1^2 - 6x_1 - x_2 \geq -11 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & -x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \min \quad & -5x_1 + 6x_2 \\ \text{s. t.} \quad & 6x_1 + x_2 \geq 18 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 10 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

4. Aufgabe

(10 Punkte)

Lesen Sie die Dokumentation zu dem MPS-Eingabeformat für lineare Optimierungsprobleme (Anhang B.1–B.10 des GLPK-Referenzhandbuches).

Geben Sie die Optimierungsaufgabe aus Aufgabe 3(a) im MPS-Eingabeformat in den Rechner ein und speichern Sie sie in der Datei `aufgabe4.mps`.

Hinweis: Sie können mittels

```
glpsol --check aufgabe4.mps
```

überprüfen, ob der Rechner (genauer: das GNU Linear Programming Kit) Ihre Eingabedatei akzeptiert.

Zu dieser Aufgabe brauchen Sie nichts auf Papier abzugeben; es muß nur in Ihrem Verzeichnis auf unseren Rechnern eine korrekte Datei `aufgabe4.mps` liegen.